

超高精细度微光学腔共振频率及有效腔长的精密测量*

杜金锦 李文芳 文瑞娟 李刚 张天才†

(山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

(2013年5月7日收到; 2013年6月20日收到修改稿)

超高精细度微共振器是实现原子或者其他偶极子与腔强耦合作用的基本部分, 在腔量子电动力学 (QED)、弱光非线性效应及微光学器件研究中扮演着重要的角色. 微腔基本参数的精密测量最终可以确定腔与原子的耦合系数、腔场衰减率, 对决定系统的动力学特性具有重要的意义. 但是由于超高精细度光学微腔本身的构造和多层镀膜的特点, 高精度确定其共振频率及有效腔长存在一定困难. 本文结合修正的多层介质膜模型, 实验上完成了膜层为 37 层的超高精细度光学微腔在不同共振频率下有效腔长的精密测量, 获得了超高精细度光学微腔的共振频率及波长, 理论计算分析与实验测量结果相符, 对纵模间隔的测量精度误差低于 0.004 nm, 较为修正前提高了约两个量级. 同时给出了对应不同模式数下, 光波渗入到介质中的深度. 该方法可望应用到其他微共振器的精密测量中.

关键词: 光学微腔, 高精细度, 共振频率

PACS: 42.55.Sa, 42.87.-d, 06.30.Ft

DOI: 10.7498/aps.62.194203

1 引言

由超高反射率镜片组成的高品质微共振器在基础物理研究和微纳光子器件研究方面具有重要的应用. 微光学腔是腔量子电动力学 (Cavity-QED) 系统中的关键部分, 被广泛应用于研究原子、量子点以及其他偶极子与受限空间的相互作用, 在量子信息处理和量子物理基础研究领域有重要的意义 [1-4]. 高品质光学微腔主要通过延长物质与场的相互作用的长度来增强其相互作用 [5], 提高其作为传感器和腔增强测量的灵敏度和精度. 随着单个粒子与腔的强耦合的实现 [6], 即单粒子与腔的耦合强度远大于光子和偶极子本身的衰减率, 微共振腔作为灵敏的测量系统已经被用于获得单个偶极子的信息 [7-10], 研究弱光甚至单光子在微小腔模体积内产生的非线性光学以及量子力学新效应 [11].

在上述这些研究中, 精确测量和控制微腔的基本参数非常重要, 包括腔的有效长度 (该参数同时

决定腔模体积)、腔的共振频率和自由光谱区等. 这些参数在低品质、宏观尺度 (比如厘米以上) 的普通光学腔中, 一般测量精度要求不高, 但是对由数十层膜构成的超高精细度微光学腔却要求很高, 因为微腔的自由光谱区很大, 腔长的微小改变会产生巨大的影响, 而精确确定这些参数不是一件简单的事情. 影响这些参数的主要因素包括: 多层介质膜中, 光场会渗入到膜层中, 使有效腔长不等于实际的物理腔长, 从而在超短腔中成为不能忽视的因素; 其次, 超高精细度超短腔的自由光谱区很大, 对外部环境比如温度等引起的微小腔长变化极其敏感. 实际上, 我们最终需要把腔长控制在 10^{-13} m 的精度. 由于多层介质膜镀膜技术的限制, 在不同波长下介质膜的渗透不一样, 因此, 腔参数会随着不同共振频率而变化. 鉴于此, 研究超高精细度微光学腔参数的精密测量就成为一个重要的问题. 人们已经通过一系列的实验与理论研究了利用精密测定光学腔的自由光谱区来确定光学腔的基本参

* 国家自然科学基金 (批准号: 11125418) 和国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2012CB921601) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: tczhang@sxu.edu.cn

数^[12-14]. 2001年, Hood等^[15]用矩阵模型计算了腔长约为10 μm的高精细度微腔的透射谱,从而可精确的推测出腔的共振频率. 在本文中,我们利用修整的模型,对由数十层膜构成的超高精细度微光学腔的共振频率进行了理论分析,并且与实验测得的微腔共振频率进行了比较. 实验结果与理论分析完全一致. 我们同时确定了不同波长下超高精细度微光学腔的有效腔长,精度达到0.004 nm,精度获得了大幅度的提高. 这种方法可以应用到其他高品质微共振器的测量中.

2 理论分析

通常情况下,对于一个理想的F-P腔,在腔长 l 一定时,其共振频率可以表示为 $\nu(n) = nc/(2l)$ (n 为纵模数),其中 $c/(2l)$ 为自由光谱区. 对于宏观尺度的谐振腔,这里腔长 l 通常指有F-P腔的物理腔长. 为了增强相互作用的目的,降低腔的模体积是一种有效的方法,构建和操控尺度在几十个微米的高精细度微光学腔成为实现强耦合的重要途径. 为了降低损耗,需要尽可能地提高镜面的反射率,所以一般使用超低损耗的“超镜”(Super-mirror)来搭建腔.“超镜”的反射率可以达到99.9999%^[16],其凹面通常镀有多达数十层相隔四分之一波长的双折射率介质膜(例如本实验中使用的“超镜”为37层膜),入射光场在腔镜表面反射时会有一部分光场渗透到腔镜膜层里使得实际的有效腔长 $l_{\text{eff}} > l$ ^[15]. 随着腔的尺度的减小,光场渗入到介质膜层的部分的比重就会增大,腔的有效腔长也会变大. 腔镜介质膜的反射光谱的相位呈色散型分布^[13],具有一定的中心频率和带宽;由这样的“超镜”构成的F-P腔在其中心频率附近的共振频率为^[12]:

$$\nu(n) = s(\nu) \left(n - \frac{\varphi_0(\nu)}{\pi} - \frac{\varphi_D}{\pi} \right), \quad (1)$$

其中 n 是纵模的阶次, $s(\nu)$ 为频率 ν 处的自由光谱区(即FSR), $\varphi_0(\nu)$ 为镜片引起的相位延迟, φ_D 为衍射引起的相位延迟. 自由光谱区 $s(\nu)$ 和 $\varphi_0(\nu)$ 分别可以写成

$$s(\nu) = \frac{c}{2l + (c/\pi) \frac{\partial \varphi}{\partial \nu}}, \quad (2)$$

$$\varphi_0(\nu) = \varphi(\nu_c) - \nu_c \frac{\partial \varphi}{\partial \nu}, \quad (3)$$

其中 ν_c 为腔镜膜层的中心频率, $\varphi(\nu_c)$ 为在中心频率 ν_0 处镜片引起的相位延迟.

定义腔的有效腔长 l_{eff} 为

$$l_{\text{eff}} = l + (c/2\pi) \frac{\partial \varphi}{\partial \nu} \quad (4)$$

根据(2)与(3)式可简化写为如下形式:

$$s(\nu) = \frac{c}{2l + (c/\pi) \left[a_1 + \frac{1}{2} (\nu - \nu_c)^2 a_3 \right]}, \quad (5)$$

$$\varphi_0(\nu) = (a_0 - \nu_c a_1) - \frac{1}{2} a_3 \nu_c (\nu - \nu_c)^2 \times \left[1 + \frac{2}{3} \frac{(\nu - \nu_c)}{\nu_c} \right], \quad (6)$$

式中 ν_c 为腔镜膜层的中心频率. a_0, a_1, a_3 分别为腔镜引起的相位变化量 $\varphi(\nu)$ 在 ν_c 处的零阶、一阶、三阶导数,且只有 a_3 项和频率相关. 对于由多层具有高折射率 n_H 和低折射率 n_L 的介质四分之一波长膜间隔镀成的高反膜,且第一层和最后一层都是折射率为 n_H 的膜, a_0 和 a_1 的表达式为: $a_0 = \pi$, $a_1 = \pi/[\nu_c (n_H - n_L)]$ ^[13]. 将 a_1 代入(5)式有

$$s(\nu) = \frac{c}{2 \left(l + \frac{c}{2\nu_c (n_H - n_L)} \right) + \frac{ca_3}{2\pi} (\nu - \nu_c)^2}, \quad (7)$$

则膜层中心波长为 λ_c 的腔场对应的有效腔长为

$$L_{\text{eff}} = l + \frac{c}{2\nu_c (n_H - n_L)} = l + \frac{\lambda_c}{2(n_H - n_L)}, \quad (8)$$

其中, $\lambda_c/[2(n_H - n_L)]$ 表示腔场渗透到膜层内的部分而引起的腔长的增长. 记 $k = c^2 a_3 / (8\pi \times L_{\text{eff}}^2)$,并将(8)式代入(5)式后对其做泰勒展开,近似到一阶项,可以将有效自由光谱区化简为

$$s(\nu) = s_0 - k(\nu - \nu_c)^2, \quad (9)$$

其中 $s_0 = c/2L_{\text{eff}}$ 为F-P腔在膜层中心频率 ν_c 处的自由光谱区.

3 实验过程

实验装置如图1所示. 实验所用的高精细度微光学腔镜是由美国Research Electro-Optics公司生产,反射率可高达0.99999^[17,18]. 腔镜凹面镀有37层折射率交替变化的四分之一波长厚度的介质膜层,所用两种不同折射率的材料分别是Ta₂O₅(折射率系数 $n_H = 2.041$)与SiO₂(折射率系数 $n_L = 1.455$)^[15]. 腔镜的曲率半径为100 mm,在中心波长为851.160 nm处腔长为87.663 μm,对应的自由光谱区为1.7111 THz,腔的线宽为5.2 MHz,精细度为 $F = 329057$.

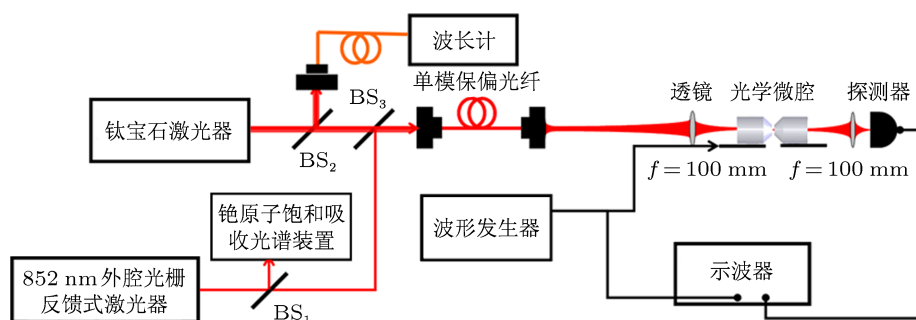


图1 高精度微光学腔共振频率及有效腔长的测量装置图. 钛宝石激光器 (MBR110, Coherent); 外腔光栅反馈式激光器 (ECDL); 饱和和吸收光谱装置; 波长计; 波形发生器; 示波器 (Agilent DS90254A); 快速光电探测器 (C5460); BS₁-BS₃ 为分光镜

在测量过程中我们使用了两台激光器, 如图1所示. 外腔光栅反馈半导体激光器 (Toptica, DL-100) 一部分光经铯原子饱和吸收装置将其波长锁定在铯原子 D₂ 线对应的绝对波长 852.355 nm 处. 该激光与钛宝石激光器产生的激光一起经过一根单模保偏光纤耦合注入到微光学腔. 用外腔光栅反馈半导体激光器产生的光作为基准光确定共振时的微腔腔长. 实验中使用钛宝石激光器大范围连续调节波长来测量在微腔与基准光共振时, 微腔的不同共振频率. 波长计 (Angstrom, High finesse wavelength meter WS-7 绝对精度: 60 MHz) 用来测量钛宝石激光器的波长. 微腔的出射光被直流光电探测器探测并将探测到的信号接入示波器. 扫描微腔压电陶瓷 (PZT) 可以在示波器上同时看到两台激光器的透射谱, 如图2所示. 继续保持 PZT 的扫描电平和幅度, 以外腔光栅反馈半导体激光器的透射信号为基准, 并连续调节钛宝石激光器的波长, 每当钛宝石激光器在微腔上的 TEM₀₀ 模的透射峰和外腔光栅反馈半导体激光器在微腔上的 TEM₀₀ 模的透射峰的位置完全重合时, 记录钛宝石激光器的波长. 由此我们得到一组微腔和铯原子 D₂ 线共振时的纵模频率, 见表1. 表1中第一列为通过物理腔长对应的自由光谱区计算得出的纵模模式数, 第二列为实际测量得出的波长, 第三列为该波长所对应的频率.

将测到的每相邻两个纵模频率相减, 即得出在每一个纵模频率处的自由光谱区. 图3中我们列出了实验测得的自由光谱区随纵模频率的变化情况.

图中的菱形为实验数据, 实线为通过关系式(9)拟合得到的结果. 由(9)式拟合可得出: 腔镜镀膜的中心频率为 $\nu_c = 352.46 \pm 0.831$ THz 对应的波长为 $\lambda_c = 851.160 \pm 4.014$ nm. 该中心频率处的自由光谱区为 $s_0 = 1.71110 \pm 0.00004$ THz, 对应的

有效腔长为 $L_{\text{eff}} = 87.663 \pm 0.004$ μm ; (9) 式中的参数 $k = 8.96 \pm 1.26$ MHz/THz², 由此得到(7)式中的 $a_3 = (1.923 \pm 0.541) \times 10^{-41}$. 由(7)式可以计算出两片腔镜的物理距离为 $l = 86.953 \pm 0.012$ μm , 误差约为 0.03%. 也就是说, 光波实际渗透到介质中的距离为 0.71 μm . 由于超薄膜层所用的高折射率介质和低折射率介质分别为 Ta₂O₅ (折射率系数 $n_H = 2.041$) 与 SiO₂ (折射率系数 $n_L = 1.455$) 且其折射率在 650—1060 nm 范围内变化不超过 0.5%, 在 800—900 nm 范围内不超过 0.1%^[15]. 因此

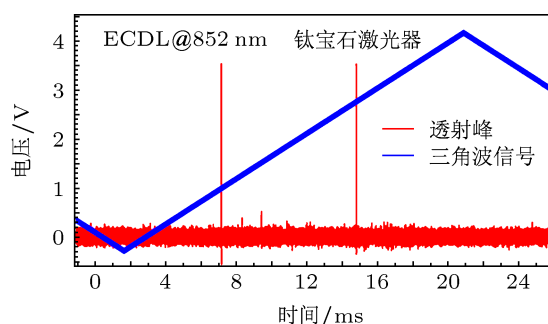


图2 腔的透射谱以及相应的扫描信号

表1 实验测到的微腔共振波长频率和所对应的模式数

模式数 n	波长/nm(测量值)	频率/THz
202	860.7237	348.5439
203	856.5189	350.2550
204	852.3550	351.9660
205	848.2316	353.6770
206	844.1476	355.3881
207	840.1031	357.0990
208	836.0980	358.8096
209	832.1310	360.5202
210	828.2023	362.2303
211	824.3110	363.9403
212	820.4572	365.6498

由 (8) 式可知微腔和铯原子 D_2 线共振时的物理腔长 $l' = 86.936 \pm 0.017 \mu\text{m}$.

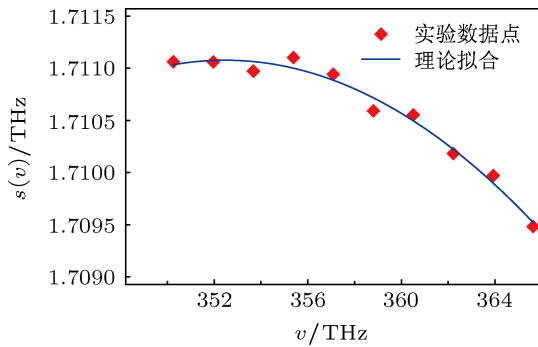


图3 自由光谱区随纵模频率的变化 (菱形表示实验中测到的数据; 曲线是理论拟合)

将实验测得的纵模频率带入关系式 $n = v_n(2l'/c)$, 可以得到各纵模的模式数 n (n 取最接近的整数), 见表 1 中的第一列. 纵模频率 v_n 相对于模式数 n 之间的关系如图 4 所示, 并对其进行线性拟合, 拟合公式为 $v = a + bn$ 可得到常数 a, b 分别为 $a = -0.003 \pm 0.009$, $b = 1.7251 \pm 0.00004$.

由图 4 拟合给出的线性关系可以计算出对应于任一模式数的纵模波长及频率, 如表 2 中 B 列所示. 其结果与实际实验测量值表 2 中 A 列比较误差比较大, 并且共振频率越远离腔镜的中心波长 λ_0 , 误差越大. 例如, 在共振频率为 933.9503 nm 时

($n = 186$), 误差达到大约 1 nm . 但如果我们先利用上面计算得出的纵模频率, 代入 (9) 式计算出各个纵模频率最临近的自由光谱区, 再以测量得到的频率 351.966 THz 为中心, 依次加减各个共振频率处的自由光频区, 就可以确定微腔在不同模式数下的所有共振频率及波长. 表 2 中 C 列为由此得到的部分微腔的共振频率及波长. 与表中 A 列实验测到的结果相比, 在中心波长附近约 100 nm 的范围内, 纵模间隔的测量误差降低了至少 2 个数量级. 表 2 中最后一列 D 我们给出了对应不同模式数的有效腔长, 从中可以获得不同波长附近光波渗入到介质的厚度. 这一厚度从 $0.73 \mu\text{m}$ 到 $1.14 \mu\text{m}$ 不等.

通过上述分析, 我们发现采用修正后的模型, 测量的数据与理论计算值可以很好地符合, 误差可低于 0.004 nm .

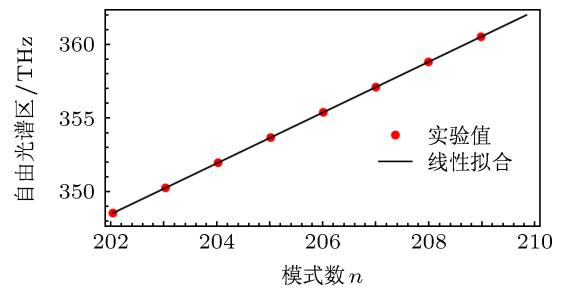


图4 模式数 n 与纵模频率的变化关系

表 2 实验与理论计算得到的共振频率及波长和所对应的模式数

模式数 n	A		B			C			D	
	波长/nm	频率/THz	波长/nm	频率/THz	误差/nm	波长/nm	频率/THz	误差/nm	有效腔长/ μm	渗入深度/ μm
186	933.9503	321.2162	934.9727	320.8654	1.0224	933.9498	321.2164	0.0005	88.0747	1.1387
202	860.7237	348.5439	860.9137	348.4670	0.1900	860.7238	348.5438	0.0001	87.6655	0.7295
203	856.5189	350.255	856.6729	350.1921	0.1540	856.5190	350.2549	0.0001	87.6629	0.7269
204	852.355	351.966	852.4737	351.9172	0.1187	852.355	351.9660	—	87.6631	0.7271
205	848.2316	353.677	848.3155	353.6423	0.0839	848.2315	353.674	0.0001	87.6670	0.731
206	844.1476	355.3881	844.1977	355.3674	0.0501	844.1479	355.3880	0.0003	87.6726	0.7366
207	840.1031	357.099	840.1173	357.0925	0.0142	840.1039	357.0987	0.0008	87.6814	0.7454
208	836.098	358.8096	836.0785	358.8176	0.0195	836.099	358.8092	0.0010	87.6931	0.7571
209	832.131	360.5202	832.0783	360.5427	0.0527	832.1327	360.5194	0.0017	87.7070	0.771
210	828.2023	362.2303	828.1162	362.2678	0.0861	828.2046	362.2294	0.0023	87.7239	0.7879
211	824.311	363.9403	824.1917	363.9929	0.1193	824.3143	363.9389	0.0033	87.7439	0.8079
212	820.4572	365.6498	820.3042	365.718	0.1530	820.4613	365.6480	0.0041	87.7660	0.83

4 结论

本文讨论了由多层介质膜构成的“超镜”构建

的高精细度微光学腔共振频率的测量, 从理论和实验两个方面分析了精密测量高精细度微光学腔的共振频率及波长的方法. 通过理论模型并结合实验

上测到的部分共振频率即可以高精度地确定微腔任一共振频率及波长, 以及有效腔长. 对自由光谱区和有效腔长的测量精度较未修正前提高了两个

数量级. 该结果对研究多波长作用下微腔中光场的分布、精确确定腔模与特定原子的耦合强度等, 具有重要的意义.

-
- [1] McKeever J, Boca A, Boozer A D, Miller R, Buck J R, Kuzmich A, Kimble H J 2004 *Science* **303** 1992
- [2] Kuhn A, Hennrich M, Rempe G 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 067901
- [3] Kimble H J 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 249801
- [4] Zhang H, Jin X M, Yang J, Dai H N, Yang S J, Zhao T M, Rui J, He Y, Jiang X, Yang F, Pan G S, Yuan Z S, Deng Y J, Chen Z B, Bao X H, Chen S, Zhao B, Pan J W 2011 *Nature Photonics* **5** 628
- [5] Bao X H, Reingruber A, Dietrich P, Rui J, Duck A, Strassel T, Li L, Liu N L, Zhao B, Pan J W 2012 *Nature Physics* **8** 517
- [6] Zhang P F, Zhang Y C, Li G, Du J J, Zhang Y F, Guo Y Q, Wang J M, Zhang T C, Li W D 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 044203
- [7] Hood C J, Lynn T W, Doherty A C, Parkins A S, Kimble H J 2000 *Science* **287** 1447
- [8] Pinkse P W H, Fischer T, Maunz P, Rempe G 2000 *Nature* **404** 365
- [9] Zhang P F, Guo Y Q, Li Z H, Zhang Y C, Zhang Y F, Du J J, Li G, Wang J M, Zhang T C 2011 *Phys. Rev. A* **83** 031804
- [10] Liu T, Zhang T C, Wang J M, Pen K C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1346 (in Chinese) [刘涛, 张天才, 王军民, 彭堃堃 2004 物理学报 **53** 1346]
- [11] Boca A, Miller R, Birnbaum K M, Boozer A D, McKeever J, Kimble H J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 233603
- [12] DeVoe R G, Fabre C, Jungmann K, Hoffnagle J, Brewer R G 1988 *Phys. Rev. A* **37** 1802(R)
- [13] Lichten W 1985 *J. Opt. Soc. Am. A* **2** 1869
- [14] Layer H P, Deslattes R D, Schewietzer W G 1976 *Appl. Opt.* **15** 734
- [15] Hood C J, Kimble H J, Ye J 2001 *Phys. Rev. A* **64** 033804
- [16] Rempe G, Thompson R J, Kimble H J 1992 *Opt. Lett.* **17** 363
- [17] Li G, Zhang Y C, Li Y, Wang X Y, Zhang J, Wang J M, Zhang T C 2006 *Appl. Opt.* **45** 7628
- [18] Li L P, Liu T, Li G, Zhang T C, Wang J M 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1041 (in Chinese) [李利平, 刘涛, 李刚, 张天才, 王军民 2004 物理学报 **53** 1041]

Precision measurement of resonate frequency and the effective cavity length of the high finesse optical micro-cavity*

Du Jin-Jin Li Wen-Fang Wen Rui-Juan Li Gang Zhang Tian-Cai[†]

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

(Received 7 May 2013; revised manuscript received 20 June 2013)

Abstract

Ultra-high finesse micro-resonator plays an important role in realizing the interaction between atoms and cavity field in the study of cavity quantum electrodynamics (QED) system, weak optical nonlinear effects and micro-optic devices. By measuring basic parameters of the microcavity, the atom-cavity coupling coefficient and the cavity decay rate can be determined precisely. It is also useful for exploring the dynamic characteristics of the system. However, it has difficulty in determining resonate frequency and effective cavity length due to the structure of the ultra-high finesse optical microcavity itself and the characteristics of multilayer coating. In this paper, we demonstrate the precision measurement of effective cavity length under different resonant frequencies which our cavity mirror is coated with 37 layers of dielectric film. The theoretical expectation when using the revised model of the multilayer coating agrees well with that of the experiment; and the measurement error for longitudinal mode interval is below 0.004 nm which is two orders of magnitude better than that obtained previous unrevised model. The tiny depths into mirror coatings that the standing-wave light field inside the cavity penetrates are given for different mode numbers. This method may be applied to other micro resonator in the precision measurement.

Keywords: microcavity, high finesse, resonate frequency

PACS: 42.55.Sa, 42.87.-d, 06.30.Ft

DOI: 10.7498/aps.62.194203

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11125418), and the Major State Basic Research Development Program of China (Grant No. 2012CB921601).

[†] Corresponding author. E-mail: tczhang@sxu.edu.cn